

Кафедра моделирования и системного анализа
Факультет информационных технологий и анализа больших данных

Документ подписан усиленной неквалифицированной электронной подписью.

Организация: «ФИНАНСОВЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ПРИ ПРАВИТЕЛЬСТВЕ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ»

Сертификат: 5F/gdHxb1Gj0HCITL683myFwAk7mOEYW

Утверждено: Проректор по учебной и методической работе, Е.А. Каменева

Дата: 02.11.2025 г.

М.В. Добрина , М.Ю. Михалева
Основы математического моделирования

Рабочая программа дисциплины

для студентов, обучающихся по направлению подготовки

09.03.04 - Программная инженерия,

Образовательная программа «Разработка и внедрение информационно -
аналитических систем»

Профиль:

«Разработка и внедрение информационно - аналитических систем»

Рекомендовано

*Факультет информационных технологий и анализа больших данных
(протокол № 08 от 19.05.2026 г.)*

Одобрено

*Кафедра моделирования и системного анализа
(протокол № 10 от 28.04.2026 г.)*



Содержание

1. Наименование дисциплины	3
2. Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине	3
3. Место дисциплины в структуре образовательной программы	
4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах и в академических часах с выделением объема аудиторной (лекции, семинары) и самостоятельной работы обучающихся	7
5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) дисциплины с указанием их объемов (в академических часах) и видов учебных занятий	8
5.1. Содержание дисциплины	8
5.2. Учебно – тематический план	10
5.3. Содержание семинаров, практических занятий	11
6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине	15
6.1. Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение дисциплины, формы внеаудиторной самостоятельной работы	15
6.2. Перечень вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю	17
7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине	18
8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины	8
9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины	8
10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины	32
11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)	33
12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине	33



Код компетенции	Наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции
ОПК-1	Способен применять естественнонаучные и инженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности	1. Демонстрирует знания основных методов математического анализа и моделирования, применяет их на практике для решения задач профессиональной деятельности	Знать: основные численные методы оптимизации (градиентный спуск, динамическое программирование, жадные алгоритмы), аппарат теории графов и марковских цепей как инструменты, используемые при построении и исследовании математических моделей. Уметь: применять математическое моделирование для решения профессиональных задач, используя в качестве инструментария методы оптимизации, рекуррентные соотношения Беллмана, расчёт финальных вероятностей марковских цепей и алгоритмы на графах.
		2. Проводит теоретические исследования по выбранной области профессиональной деятельности	Знать: основные этапы теоретического исследования, применительно к математическому моделированию - способы формализации задачи, выбор типа модели, обоснование выбора методов решения задач, анализ границ применимости модели. Уметь: проводить сравнительный анализ методов оптимизации с обоснованием выбора в зависимости от размерности задачи и требований к точности, анализировать сходимость градиентных методов, условия существования финальных вероятностей марковских цепей.
		3. Проводит численные эксперименты на основе математических или информационных методов, делает выводы и обосновывает их	Знать: основные этапы проведения численного эксперимента: выбор метода решения задачи, задание входных параметров, выполнение расчётов, анализ сходимости и устойчивости полученных результатов. Уметь: выполнять расчёты в соответствии с выбранным



Код компетенции	Наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции	Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции
			математическим методом и сравнивать полученные результаты с теоретически ожидаемыми, формулировать выводы о корректности модели и рекомендации для её применения в информационной системе.



3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Основы математического моделирования» относится к "Общепрофессиональному циклу дисциплин".

4. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах и в академических часах с выделением объема аудиторной (лекции, семинары) и самостоятельной работы обучающихся

Очная форма обучения

Вид учебной работы по дисциплине	Всего (в з/е и часах)	Семестр 4 (в часах)
Общая трудоемкость дисциплины	5/180	180
<i>Контактная работа – Аудиторные занятия</i>	<i>50</i>	<i>50</i>
<i>Лекции</i>	<i>16</i>	<i>16</i>
<i>Семинары, практические занятия</i>	<i>34</i>	<i>34</i>
<i>Самостоятельная работа</i>	<i>130</i>	<i>130</i>
Вид текущего контроля	Контрольная работа	Контрольная работа
Вид промежуточной аттестации	Экзамен	Экзамен



5. Содержание дисциплины, структурированное по темам (разделам) дисциплины с указанием их объемов (в академических часах) и видов учебных занятий

5.1. Содержание дисциплины

Тема 1. Введение в математическое моделирование

1. Математическое моделирование как метод.
2. Математическая модель задачи (объекта).
3. Два класса математических моделей (дескриптивные и оптимизационные) и две их формы (структурная и приведённая).
4. Типы и примеры математических объектов.

Тема 2. Математическое программирование

1. Градиентные методы безусловной оптимизации. Понятие градиента функции нескольких переменных.
2. Итерационная схема градиентного спуска.
3. Проблема выбора шага: постоянный шаг, дробление шага, наискорейший спуск (с одномерной минимизацией вдоль антиградиента). Модификации для задач большой размерности и нестационарных целевых функций.
4. Динамическое программирование. Принцип оптимальности Беллмана.
5. Построение рекуррентных соотношений для многошаговых процессов.
6. Решение задач распределения ресурсов, замены оборудования.
7. Вычислительная сложность алгоритмов и применение метода динамического программирования для решения задач на ациклических ориентированных графах и в области дискретной оптимизации.
8. Эвристические и приближённые методы оптимизации.
9. Жадные алгоритмы как способ получения допустимого решения. Условия применимости жадных алгоритмов.
10. Сравнительный анализ точных методов (динамическое программирование) и приближённых (градиентные методы с ограничениями, жадные алгоритмы) с точки зрения программной реализации, вычислительной эффективности и гарантий качества решения.

Тема 3. Моделирование случайных процессов

1. Дискретный марковский процесс.
2. Марковская однородная цепь.



3. Марковская неоднородная цепь.
4. Дискретный марковский случайный процесс с непрерывным временем.
5. Финальные вероятности однородной марковской цепи.
6. Финальные вероятности состояния системы, в которой протекает дискретный марковский процесс с непрерывным временем

Тема 4. Графы и сети

1. Основные определения теории графов.
2. Элементы графа.
3. Способы задания графа. Подграфы.
4. Цепи, циклы. Связность.
5. Деревья.
6. Эйлеровы графы.
7. Сети. Цепи в сетях. Соединения сетей.
8. Потоки в сетях.
9. Сильно связанные сети и несепарабельные графы.
10. Каноническое разложение сетей.
11. Подсчёт числа графов и сетей.



5.2. Учебно – тематический план

Очная форма обучения

п/ п	Наименование тем (разделов) дисциплины	Трудоемкость в часах				
		Всего	Контактная работа - Аудиторная работа			Самостоятельная работа
			Общая, в т.ч.:	Лекции	Семинары, практические занятия	
1	Введение в математическое моделирование	14	4	2	2	10
2	Математическое программирование	58	18	6	12	40
3	Моделирование случайных процессов	54	14	4	10	40
4	Графы и сети	54	14	4	10	40
В целом по дисциплине		180	50	16	34	130



5.3. Содержание семинаров, практических занятий

Наименование тем (разделов) дисциплины	Перечень вопросов для обсуждения на семинарах, практических занятиях	Формы проведения занятий
Введение в математическое моделирование	1. Идентификация типа модели: определение, является ли модель дескриптивной или оптимизационной, структурной или приведённой. 2. Построение математической модели экономической или технической задачи по словесному описанию: ввод обозначений (эндогенные и экзогенные переменные), составление целевой функции и ограничений.	Решение практико-ориентированных задач, проверка самостоятельной работы и разбор ошибок.
Математическое программирование	1. Вычисление градиента функции нескольких переменных, геометрическая интерпретация направления наискорейшего возрастания, проверка условий стационарности для безусловной оптимизации. 2. Реализация итерационной схемы градиентного спуска: постоянный шаг, дробление шага, наискорейший спуск с одномерной минимизацией вдоль антиградиента. 3. Принцип оптимальности Беллмана и построение рекуррентных соотношений для задачи распределения ресурсов и замены оборудования.	Решение практико-ориентированных задач, проверка самостоятельной работы и разбор ошибок.



Наименование тем (разделов) дисциплины	Перечень вопросов для обсуждения на семинарах, практических занятиях	Формы проведения занятий
	4. Жадные алгоритмы: условия применимости, построение допустимого решения для задачи выбора заявок и задачи о непрерывном рюкзаке, сравнение с точным решением. 5. Сравнительный анализ точных методов (динамическое программирование) и приближённых (градиентные спуск с ограничениями, жадные алгоритмы) с точки зрения программной реализации, вычислительной эффективности и гарантий качества решения.	
Моделирование случайных процессов	1. Построение графа переходов дискретной марковской цепи с дискретным временем, расчёт матрицы переходных вероятностей за несколько шагов с использованием уравнения Колмогорова —Чепмена, вычисление безусловных вероятностей состояний. 2. Марковские неоднородные цепи: учёт зависимости переходных вероятностей от номера шага, расчёт траекторных вероятностей, моделирование эволюции системы с переменными параметрами. 3. Дискретные марковские процессы с непрерывным временем: построение графа	Решение практико-ориентированных задач, проверка самостоятельной работы и разбор ошибок.



Наименование тем (разделов) дисциплины	Перечень вопросов для обсуждения на семинарах, практических занятиях	Формы проведения занятий
	интенсивностей переходов, составление систем дифференциальных уравнений Колмогорова, решение для частного случая двух состояний. 4. Финальные вероятности для однородных марковских цепей с дискретным временем: проверка эргодичности, решение системы линейных алгебраических уравнений для нахождения предельного распределения. 5. Финальные вероятности для марковских процессов с непрерывным временем: составление системы линейных уравнений относительно финальных вероятностей через уравнивание потоков, решение для многоканальных систем массового обслуживания.	
Графы и сети	1. Основные определения теории графов: вершины, рёбра, ориентированные и неориентированные графы, способы задания (матрица смежности, матрица инцидентности, список рёбер), выделение подграфов. 2. Цепи, циклы, связность компоненты графа, алгоритмы обхода (поиск в глубину и в ширину), определение эйлеровых графов и построение эйлера цикла.	Решение практико-ориентированных задач, проверка самостоятельной работы и разбор ошибок.



Наименование тем (разделов) дисциплины	Перечень вопросов для обсуждения на семинарах, практических занятиях	Формы проведения занятий
	3. Деревья: свойства, выделение остовного дерева алгоритмами Прима и Краскала, задачи минимального покрывающего дерева. 4. Сети: определение сети, пропускные способности рёбер, задача о максимальном потоке. 5. Сильно связанные сети и несепарабельные графы: поиск точек сочленения и мостов, алгоритмы выделения компонент сильной связности, применение в анализе надёжности информационных систем.	



6. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине

6.1. Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение дисциплины, формы внеаудиторной самостоятельной работы

Наименование тем (разделов) дисциплины	Перечень вопросов, отводимых на самостоятельное освоение	Формы внеаудиторной самостоятельной работы
Введение в математическое моделирование	Проверка адекватности математической модели и границы ее применимости.	Изучение рекомендованных к занятию литературных источников. Решение типовых задач. Выполнение домашних заданий к каждому занятию. Подготовка к экзамену.
Математическое программирование	Модификации градиентных методов для задач большой размерности (обзор).	Изучение рекомендованных к занятию литературных источников. Решение типовых задач. Выполнение домашних заданий к каждому занятию. Подготовка к экзамену.
Моделирование случайных процессов	Дискретные марковские случайные процессы с непрерывным временем: вывод и решение системы дифференциальных уравнений Колмогорова для произвольного числа состояний.	Изучение рекомендованных к занятию литературных источников. Решение типовых задач. Выполнение домашних заданий к каждому занятию. Подготовка к экзамену.
Графы и сети	Представление системы в виде ориентированного графа и применение алгоритмов выделения компонент сильной связности для выявления циклических зависимостей между модулями при проектировании архитектуры информационной системы.	Изучение рекомендованных к занятию литературных источников. Решение типовых задач. Выполнение домашних заданий к каждому занятию. Подготовка к экзамену.



6.2. Перечень вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

Примерные вопросы для подготовки к контрольной работе

1. Градиентные методы безусловной оптимизации.
2. Итерационная схема градиентного спуска.
3. Динамическое программирование. Принцип оптимальности Беллмана.
4. Построение рекуррентных соотношений для многошаговых процессов.
5. Решение задач распределения ресурсов, замены оборудования.
6. Оценка временной и ёмкостной сложности. Применение для оптимизации на графах (поиск кратчайших путей в ациклических орграфах) и в задачах дискретной оптимизации.
7. Эвристические и приближённые методы оптимизации.
8. Жадные алгоритмы как способ получения допустимого решения.
9. Дискретный марковский процесс.
10. Марковская однородная цепь.
11. Марковская неоднородная цепь.
12. Дискретный марковский случайный процесс с непрерывным временем.
13. Финальные вероятности однородной марковской цепи.
14. Элементы графа.
15. Способы задания графа. Подграфы.
16. Цепи, циклы. Связность.
17. Деревья.
18. Эйлеровы (чётные) графы.
19. Сети. Цепи в сетях. Соединения сетей.
20. Потоки в сетях.
21. Сильно связные сети и несепарабельные графы.
22. Каноническое разложение сетей.
23. Подсчёт числа графов и сетей.

Примерные задания контрольной работы

Задание 1

Мобильное приложение обрабатывает входящие запросы пользователей. Система может находиться в трёх состояниях: S1 нормальная работа, S2 высокая нагрузка, S3 аварийный режим. Переходы между состояниями происходят каждую секунду с вероятностями, заданными матрицей $P = \begin{pmatrix} 0,7 & 0,3 & 0 \\ 0,2 & 0,6 & 0,2 \\ 0 & 0,5 & 0,5 \end{pmatrix}$. Требуется построить граф переходов марковской цепи, найти вектор финальных вероятностей состояний, решив систему линейных уравнений, и интерпретировать



результат: сколько процентов времени система будет находиться в аварийном режиме S3.

Задание 2

Архитектура микросервисного приложения представлена ориентированным графом, где вершины сервисы A B C D E, а рёбра вызовы между ними с указанием времени ответа в мс: $A \rightarrow B$ (10), $A \rightarrow C$ (15), $B \rightarrow D$ (20), $C \rightarrow D$ (5), $D \rightarrow E$ (10). Требуется определить, является ли граф ациклическим, найти кратчайший путь от сервиса A до сервиса E методом динамического программирования, указать минимальное время ответа и последовательность вызовов.

Задание 3

Информационная система управляет кэш-памятью. Эффективность системы описывается целевой функцией двух переменных размер кэша x_1 и время жизни кэша x_2 : $f(x_1, x_2) = 100 - (x_1 - 4)^2 - (x_2 - 3)^2$. Требуется определить тип модели дескриптивная или оптимизационная, структурная или приведённая, вычислить градиент функции в точке (5,2), определить направление наискорейшего спуска, найти точку максимума аналитически, а также предложить способ модификации метода для случая, если x_1 и x_2 могут изменяться только дискретно с шагом 1.

Дополнительная информация

Текущий контроль успеваемости осуществляется в ходе учебного процесса и консультирования студентов, по результатам выполнения ими самостоятельных работ. Основными формами текущего контроля знаний являются:

- решение задач на компьютере, в том числе с помощью интеллектуального анализа данных, , описание сути и технологии решения задач;
- ответы на вопросы Примерного перечня вопросов для промежуточного тестирования.



7. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Перечень компетенций с указанием индикаторов их достижения в процессе освоения образовательной программы содержится в разделе 2. *«Перечень планируемых результатов освоения образовательной программы (перечень компетенций) с указанием индикаторов их достижения и планируемых результатов обучения по дисциплине».*

Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки индикаторов достижения компетенций, умений и знаний

Наименование компетенции	Наименование индикаторов достижения компетенции	Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции	Типовые контрольные задания



Наименование компетенции	Наименование индикаторов достижения компетенции	Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции	Типовые контрольные задания
ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и инженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в	1. Демонстрирует знания основных методов математического анализа и моделирования, применяет их на практике для решения задач профессиональной деятельности	Знать: основные численные методы оптимизации (градиентный спуск, динамическое программирование, жадные алгоритмы), аппарат теории графов и марковских цепей как инструменты, используемые при построении и исследовании математических моделей. Уметь: применять	На основе логов эксплуатации информационной системы получены вероятности перехода между состояниями нагрузки за один час. Система может находиться в трёх состояниях: низкая нагрузка (S1), средняя нагрузка (S2), высокая нагрузка (S3). Матрица переходных вероятностей имеет вид: из S1 в S1 – 0,7, в S2 – 0,3, в S3 – 0,0; из S2 в S1 – 0,2, в S2 – 0,6, в S3 – 0,2; из S3 в S1 – 0,0, в S2 – 0,4, в S3 – 0,6. Требуется построить граф переходов, составить систему линейных уравнений для нахождения финальных вероятностей, решить её и определить долю времени, когда система находится в состоянии высокой нагрузки S3. Полученный результат интерпретировать с точки зрения необходимости масштабирования инфраструктуры.



Наименование компетенции	Наименование индикаторов достижения компетенции	Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции	Типовые контрольные задания
профессиональной деятельности		математическое моделирование для решения профессиональных задач, используя в качестве инструментария методы оптимизации, рекуррентные соотношения Беллмана, расчёт финальных вероятностей марковских цепей и алгоритмы на графах.	
	2. Проводит теоретические исследования по выбранной области профессиональной деятельности	Знать: основные этапы теоретического исследования, применительно к математическому моделированию - способы формализации задачи, выбор типа модели,	Проведите теоретическое исследование задачи распределения вычислительных ресурсов между пятью модулями информационной системы. Общий объём ресурса составляет 10 условных единиц. Для решения предлагаются три метода: полный перебор, динамическое программирование и жадный алгоритм. Требуется обосновать выбор метода с точки зрения временной сложности, потребления памяти и гарантии получения оптимального решения. Указать границы применимости каждого метода в зависимости от размерности задачи. Результат оформить в виде краткого аналитического заключения.



Наименование компетенции	Наименование индикаторов достижения компетенции	Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции	Типовые контрольные задания
		обоснование выбора методов решения задач, анализ границ применимости модели. Уметь: проводить сравнительный анализ методов оптимизации с обоснованием выбора в зависимости от размерности задачи и требований к точности, анализировать сходимость градиентных методов, условия существования финальных вероятностей марковских цепей.	ния с обоснованием рекомендаций для практической реализации в составе информационной системы.
	3. Проводит численные эксперименты на	Знать: основные этапы проведения	Для информационной системы, обрабатывающей запросы пользователей, построена марковская модель с тремя состояниями нагрузка низкая, средняя, высокая. Матрица



Наименование компетенции	Наименование индикаторов достижения компетенции	Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции	Типовые контрольные задания
	основе математических или информационных методов, делает выводы и обосновывает их	численного эксперимента: выбор метода решения задачи, задание входных параметров, выполнение расчётов, анализ схожимости и устойчивости полученных результатов. Уметь: выполнять расчёты в соответствии с выбранным математическим методом и сравнивать полученные результаты с теоретически ожидаемыми, формулировать выводы о корректности модели и рекомендации для её применения в ин-	переходных вероятностей за один шаг известна и задана. Требуется выполнить численный эксперимент: рассчитать финальные вероятности состояний, решив систему линейных уравнений, и определить долю времени работы системы в режиме высокой нагрузки. Затем провести вычислительный эксперимент при изменённых условиях увеличить вероятность перехода в состояние высокой нагрузки на 20 процентов и пересчитать финальные вероятности. Сравнить полученные результаты, сделать вывод о чувствительности системы к изменению параметров нагрузки и обосновать рекомендации по количеству резервных серверов, необходимых для поддержания доли времени в состоянии перегрузки не более 5 процентов.



Наименование компетенции	Наименование индикаторов достижения компетенции	Результаты обучения (умения и знания), соотнесенные с индикаторами достижения компетенции	Типовые контрольные задания
		формационной системе.	



Примеры практико-ориентированных заданий

1. Разрабатывается модуль автоматической настройки коэффициентов регулятора в системе управления температурой реактора. Целевая функция ошибка регулирования имеет вид $f(k_1, k_2, k_3) = k_1^2 + 2k_2^2 + k_3^2$. Вычислить градиент функции в точке (2,1,2), определить направление антиградиента и выполнить одну итерацию метода наискорейшего спуска. Обосновать выбор шага для программной реализации.

2. Программная система состоит из четырёх модулей, выполнение которых может быть распараллелено. Время выполнения каждого модуля зависит от количества выделенных вычислительных ядер. Имеется 5 ядер, которые нужно распределить между модулями. Данные о времени выполнения заданы таблицей значений. Применить принцип оптимальности Беллмана для нахождения распределения, минимизирующего общее время выполнения. Восстановить оптимальную последовательность распределения ресурсов.

3. Информационная система обрабатывает входящие запросы и может находиться в одном из трёх состояний низкая нагрузка, средняя нагрузка, высокая нагрузка. На основе логов эксплуатации получены вероятности перехода между состояниями за одну минуту. Требуется построить граф переходов, рассчитать финальные вероятности состояний и определить долю времени, когда системе требуется масштабирование с добавлением серверов состояние высокой нагрузки. На основе полученных результатов дать рекомендацию по количеству резервных серверов.

Примеры вопросов для подготовки к промежуточной аттестации

1. Понятие математического моделирования как метода научного познания. Основные этапы построения математической модели.

2. Классификация математических моделей дескриптивные и оптимизационные, структурные и приведённые формы. Примеры каждого типа.

3. Эндогенные и экзогенные переменные модели. Предельные значения и их интерпретация на примере технической системы.

4. Понятие градиента функции нескольких переменных. Геометрический смысл градиента и его связь с направлением наискорейшего возрастания функции.

5. Итерационная схема градиентного спуска для безусловной оптимизации. Условие останова алгоритма.

6. Проблема выбора шага в градиентных методах. Постоянный шаг, дробление шага, наискорейший спуск с одномерной минимизацией вдоль антиградиента.

7. Модификации градиентных методов для задач большой размерности и нестационарных целевых функций.



8. Принцип оптимальности Беллмана. Сущность динамического программирования как метода решения многошаговых задач.

9. Построение рекуррентных соотношений для задачи распределения ресурсов между несколькими предприятиями.

10. Построение рекуррентных соотношений для задачи замены оборудования.

11. Оценка временной и ёмкостной сложности динамического программирования. Сравнение с полным перебором.

12. Применение динамического программирования для поиска кратчайших путей в ациклических ориентированных графах.

13. Жадные алгоритмы как способ получения допустимого решения. Условия применимости жадных алгоритмов понятие матроида.

14. Сравнительный анализ точных методов динамического программирования и приближённых методов градиентный спуск, жадные алгоритмы с точки зрения программной реализации, вычислительной эффективности и гарантий качества решения.

15. Определение дискретного марковского процесса. Свойство отсутствия последствия марковское свойство.

16. Марковская однородная цепь. Матрица переходных вероятностей и её свойства. Граф переходов.

17. Марковская неоднородная цепь. Зависимость переходных вероятностей от номера шага.

18. Дискретный марковский случайный процесс с непрерывным временем. Интенсивности переходов. Граф интенсивностей.

19. Финальные вероятности однородной марковской цепи с дискретным временем. Условия существования эргодичность. Система линейных уравнений для нахождения финальных вероятностей.

20. Финальные вероятности для дискретного марковского процесса с непрерывным временем. Система линейных уравнений через уравнивание потоков.

21. Основные определения теории графов вершины, рёбра, ориентированные и неориентированные графы. Степени вершин.

22. Способы задания графа матрица смежности, матрица инцидентности, список рёбер. Переход между формами задания.

23. Цепи и циклы в графах. Связность и компоненты связности. Алгоритмы обхода графа поиск в глубину и поиск в ширину.

24. Деревья и их свойства. Остовное дерево. Алгоритмы построения минимального остовного дерева Прима и Краскала.

25. Эйлеровы графы. Условия существования эйлерова цикла. Связь с чётностью вершин.



26. Определение сети. Пропускные способности рёбер. Задача о максимальном потоке.

27. Алгоритм Форда Фалкерсона нахождения максимального потока в сети. Теорема о максимальном потоке и минимальном разрезе.

28. Сильно связные сети и несепарабельные графы. Понятия точек сочленения и мостов.

29. Представление программной системы в виде ориентированного графа вызовов. Применение графовых алгоритмов для анализа архитектуры программного обеспечения.

30. Сравнительный анализ применения различных математических моделей графы, марковские цепи, оптимизационные модели при проектировании информационных систем. Выбор подхода в зависимости от предметной области.

Пример экзаменационного билета

Теоретический вопрос. Определение сети. Пропускные способности рёбер. Задача о максимальном потоке. Алгоритм Форда-Фалкерсона.

Практико-ориентированная задача. В распределённой вычислительной системе данные передаются между серверами по сети, представленной ориентированным графом. Вершины A, B, C, D, E. Пропускные способности рёбер заданы: $A \rightarrow B$ 10 Мбит/с, $A \rightarrow C$ 15 Мбит/с, $B \rightarrow D$ 5 Мбит/с, $B \rightarrow E$ 8 Мбит/с, $C \rightarrow D$ 10 Мбит/с, $C \rightarrow E$ 6 Мбит/с, $D \rightarrow E$ 12 Мбит/с. Требуется найти максимальный поток от источника A к стоку E, выполнив последовательно несколько шагов алгоритма Форда-Фалкерсона. Для каждого шага указать увеличивающий путь и величину дополнительного потока. Результат представить в виде итоговой величины максимального потока и указать минимальный разрез, подтверждающий оптимальность решения.



8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины

Основная литература:

1. Никитюк, Ю. В. Введение в технологии компьютерного моделирования. Компьютерное и математическое моделирование: практическое руководство [Электронный ресурс] / Никитюк Ю. В.,Середа А. А. Гомель : ГГУ имени Ф. Скорины, 2023 34 с. Книга из коллекции ГГУ имени Ф. Скорины - Математика <https://e.lanbook.com/book/361007> ISBN 978-985-577-933-0. [БИК ID: RU-LAN-BOOK-361007]
2. Совертков, П. И. Компьютерное моделирование [Электронный ресурс] : учебник для вузов / Совертков П. И. Санкт-Петербург : Лань, 2023 424 с. Книга из коллекции Лань - Информатика <https://e.lanbook.com/book/339761> ISBN 978-5-507-46708-2. [БИК ID: RU-LAN-BOOK-339761]

Дополнительная литература:

1. Федоров, С.Е. Компьютерное моделирование и исследование систем автоматического управления : Учебно-методическое пособие / С.Е. Федоров Электрон. дан. Москва : Русайнс, 2024 92 с. Режим доступа: book.ru Internet access <https://book.ru/book/952467> ISBN 978-5-466-05049-3. [БИК ID: RU\bookru\bibl\952467]
2. Черникова, О. С. Компьютерное моделирование [Электронный ресурс] : учебное пособие / Черникова О. С.,Карманов В. С. Новосибирск : НГТУ, 2021 100 с. Утверждено Редакционно-издательским советом университета в качестве учебного пособия Книга из коллекции НГТУ - Информатика <https://e.lanbook.com/book/306374> ISBN 978-5-7782-4531-0. [БИК ID: RU-LAN-BOOK-306374]
3. Бухтояров, Л. Д. Компьютерное моделирование в профессиональной деятельности. Лабораторный практикум [Электронный ресурс] : учебное пособие для вузов / Бухтояров Л. Д. Санкт-Петербург : Лань, 2025 44 с. Книга из коллекции Лань - Информатика <https://e.lanbook.com/book/447248> ISBN 978-5-507-51441-0. [БИК ID: RU-LAN-BOOK-447248]
4. Коровин, Д.И. Компьютерное моделирование экономических систем : Учебное пособие / Д.И. Коровин Электрон. дан. Москва : КноРус, 2022 229 с. Режим доступа: book.ru Internet access <https://book.ru/book/943018> ISBN 978-5-406-09214-9. [БИК ID: RU\bookru\bibl\943018]



5. Федоров, С.Е. Компьютерное моделирование и исследование систем автоматического управления : Учебно-методическое пособие / С.Е. Федоров Электрон. дан. Москва : Русайнс, 2022 92 с. Режим доступа: book.ru Internet access <https://book.ru/book/944056> ISBN 978-5-4365-9448-4. [БИК ID: RU\bookru\bibl\944056]

Нормативные правовые акты:

9. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. Электронная библиотека Финансового университета (ЭБ) <http://elib.fa.ru/> (<http://library.fa.ru/files/elibfa.pdf>)
2. Электронно-библиотечная система BOOK.RU <http://www.book.ru>
3. Электронно-библиотечная система "Университетская библиотека ОНЛАЙН" <http://biblioclub.ru/>
4. Электронно-библиотечная система Znanium <http://www.znaniy.com>
5. Образовательная платформа "ЮРАЙТ" <https://urait.ru/>
6. Научная электронная библиотека eLibrary.ru <http://elibrary.ru>
7. Информационно-образовательный портал Финуниверситета: <https://org.fa.ru>
8. "Деловая онлайн библиотека" издательства "Альпина Паблишер" <http://lib.alpinadigital.ru/en/library>
9. Электронно-библиотечная система издательства "Лань" <https://e.lanbook.com/>
10. • Электронная библиотека Финансового университета (ЭБ) <http://elib.fa.ru/>
11. • Электронно-библиотечная система BOOK.RU <http://www.book.ru>
12. • Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека ОНЛАЙН» <http://biblioclub.ru/>
13. • Электронно-библиотечная система Znanium <http://www.znaniy.ru/>
14. • Электронно-библиотечная система издательства «ЮРАЙТ» <https://urait.ru/>
15. • Электронно-библиотечная система издательства Лань <https://e.lanbook.com/>
16. • Научная электронная библиотека eLibrary.ru <http://elibrary.ru>



10. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Студентам при подготовке следует использовать нормативные документы Финансового университета, Методические рекомендации по планированию и организации внеаудиторной самостоятельной работы студентов по образовательным программам бакалавриата и магистратуры в Финансовом университете, утвержденные приказом Финуниверситета от 11.05.2021 г. № 1040 (см. сайт Финансового Университета: на главной странице раздел «Наш университет»; далее «Единая правовая база Финуниверситета»).



11. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем

Комплект лицензионного программного обеспечения:

1. Язык R
2. Python 3.8
3. Kaspersky

Современные профессиональные базы данных и информационные справочные системы

1. Информационно-правовая система «Гарант»
2. Информационно-правовая система «Консультант Плюс»
3. Электронная энциклопедия: <http://ru.wikipedia.org/wiki/Wiki>
4. Система комплексного раскрытия информации «СКРИН» - <http://www.skrin.ru/>

Сертифицированные программные и аппаратные средства защиты информации

1. не предусмотрены

12. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

1. Учебная аудитория для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, в том числе групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, оснащенная оборудованием и техническими средствами обучения: мебель аудиторная (столы, стулья, доска аудиторная), набор демонстрационного оборудования (проектор, экран)
2. **Компьютерный класс** для проведения учебных занятий, предусмотренных программой, в том числе групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, оснащенный оборудованием и техническими средствами обучения: мебель аудиторная (столы, стулья, доска аудиторная), персональные компьютеры, набор демонстрационного оборудования (проектор, экран)
3. Доступ к сети Интернет для использования онлайн-ресурсов, репозиториев, документации.



4. Программное обеспечение с возможностью лицензирования или свободно распространяемое (Open Source). Все перечисленные инструменты являются бесплатными.